

素粒子・原子核物理 レポート問題

2009年6月1日

レポートは、A4用紙(枚数制限なし)に解いて、紙媒体で903号室に提出すること。締切は7月10日とする。

原子核の電荷分布は電子の弾性散乱断面積を測定することによって調べることができる。

電子が原子核から感じるポテンシャルはクーロンポテンシャルとする。原子核の電荷分布は球対称で、原子核中心からの距離を r とすると、 $\rho(r)$ で表されるとする。このとき、ボルン近似の範囲内で散乱振幅は、

$$f_N(\theta, k) = -\frac{m}{2\pi\hbar^2} \int d\mathbf{r} d\mathbf{R} \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{r}) \rho(\mathbf{R}) V(\mathbf{r} - \mathbf{R}) \quad (1)$$

と表わされる。ただし、 $V(r) = -\frac{Ze^2}{r}$ である。これを踏まえて、以下の問いに答えよ。

問1. 式(1)から出発して、散乱振幅 $f_N(\theta, k)$ が、原子核を電荷 Ze を持つ点電荷と考えた場合の散乱振幅 $f(\theta, k)$ と、形状因子

$$F(\mathbf{q}) = \int d\mathbf{R} \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{R}) \rho(\mathbf{R}) \quad (2)$$

の積で表わされることを示せ。

ただし、 \mathbf{q} は、運動量移行を表し、原子核の電荷分布は

$$\int d\mathbf{R} \rho(\mathbf{R}) = 1 \quad (3)$$

と規格化されているものとする。

問2. 原子核を点電荷と考えた場合の散乱振幅 $f(\theta, k)$ を求めよ。

問3. $\rho(R)$ としてはフェルミ分布が良い近似であるが、フェルミ分布は解析的に扱いにくいので、その代わりに

$$\rho(R) = \rho_0(R < R_0) \quad (4)$$

というモデルを考えてみよう。この場合の形状因子 $F(\mathbf{q})$ を求めよ。

問4. 次に、原子核の電荷分布 $\rho(R)$ として、

$$\rho(R) = \left(\frac{a^2}{2\pi}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{a^2 R^2}{2}\right) \quad (5)$$

というモデルを考えてみよう。この場合の形状因子 $F(\mathbf{q})$ を求めよ。

問5. 問3. のモデルでは散乱振幅が散乱核 θ に対して振動し、その様子を調べることで原子核の半径を見積もることが出来る。今、質量数 A の原子核の電荷分布の半径 R_0 が、

$$R_0 = 1.2 \times A^{1/3} \text{ fm} \quad (6)$$

と表わされるとする。電子の入射エネルギーを 200MeV とした時、 $A = 40, 100, 200$ のそれぞれの原子核について、散乱振幅の概形を散乱角 θ を横軸にしてプロットせよ(縦軸のスケールなどは、適当に取り直しても良い)。また、その極小となる角度をそれぞれ求めよ。

(ベッセル関数 $j_1(x)$ の正の最小のゼロ点は 1.29π であることなどを参考にせよ。)

問6. 問3. のモデルも問4. のモデルもフェルミ分布への違った近似であるが、二つのモデルの間で形状因子や散乱微分断面積にどのような差が生じ、モデルのどの性質にその差が起因しているか、資料3のグラフや問5の結果を参考にし、考察せよ。また、小さな原子核の半径を測定する際、入射電子の運動量は高い方が良いか低い方が良いか、上の結果から考察せよ。